



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ
ETAPA NAȚIONALĂ
TIMIȘOARA, 2025**



**PROBA TEORETICĂ
CATEGORIILE S1 și S2**

- Se punctează oricare alte formulări/modalități de rezolvare corectă a cerințelor.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.
- Se acordă punctaj maxim de 150 puncte.

Anexă. Tabel constante fizice

Constantă	Simbol	Valoare	Unități
Constanta lui Planck	h	$6,626 \times 10^{-34}$	J·s
Constanta atracției universale	G	$6,674 \times 10^{-11}$	$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Raza Pământului	R	6371	km
Viteza luminii	c	$3,0 \times 10^8$	m/s
Unitatea astronomică	UA	$1,496 \times 10^8$	km
Masa Soarelui	M	$1,989 \times 10^{30}$	kg
Raza Soarelui	$R_{\odot}$	696340	km
Luminozitatea Soarelui	$L_{\odot}$	$3,83 \times 10^{26}$	W
Masa Pământului	M	$5,972 \times 10^{24}$	kg
Masa Lunii	M_L	$7,43 \times 10^{22}$	kg
Perioada orbitală a Pământului	P	365,25	zile
Constanta lui Boltzmann	k	$1,380 \times 10^{-23}$	J/K
Constanta Stefan-Boltzmann	σ	$5,670 \times 10^{-8}$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Masa electronului	m_e	$9,10 \times 10^{-31}$	kg
Masa protonului	m_p	$1,67 \times 10^{-27}$	kg
Constanta lui Avogadro	N_a	$6,022 \times 10^{23}$	mol^{-1}
Raza planetei Jupiter	R_J	69911	km
Masa planetei Jupiter	M_J	$1,8982 \times 10^{27}$	kg
Constanta lui Hubble	H_0	70	$\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$
Ziua solară	T_{sol}	24	H
Albedoul Pământului	A	0,31	-

Subiectul I (25p)

A. (10p) Stabilește pentru fiecare enunț de mai jos dacă este adevărat (A) sau fals (F). Notează pe foaia de examen varianta corectă pentru fiecare enunț.

1. Ca urmare a existenței materiei întunecate, viteza de depasare a stelelor din discul galactic nu depinde de distanța până la centrul galaxiei.
2. Perioada de revoluție a Soarelui în jurul centrului galaxiei Calea Lactee este de 250 de miliarde de ani.
3. Praful cosmic este o cauză a înroșirii și extincției.
4. Radiația de lungime de undă de 21 de cm este emisă în urma producerii unui fenomen cuantic rar, cunoscut sub numele de tranziția spin – flip.
5. În centrul galactic iau naștere stelele tinere prin colaps gravitațional, în timp ce discul galactic conține stelele mai bătrâne.

B. (15p) Alegeți răspunsul corect:

1. Un satelit se află pe o orbită eliptică, iar distanța de la apogeu la centrul Pământului este dublul distanței de la perigeu la centru. Excentricitatea orbitei va fi:
 - a. 0,25
 - b. 0,33
 - c. 0,50
 - d. 0,66
2. S-a observat că steaua El Nath (β Tau) culminează la Sud de Zenit la înălțimea $h_1=88^\circ 2'$ și la Nord de Zenit la înălțimea $h_2= -30^\circ 48'$. Latitudinea locului era:
 - a. $44^\circ 18'$
 - b. $43^\circ 53'$
 - c. $31^\circ 43'$
 - d. $30^\circ 35'$
3. În interiorul stelelor foarte fierbinți, împrăștierea pe electroni este principala sursă de opacitate. Pentru un gaz complet ionizat, opacitatea corespunzătoare acestei împrăștieri este dată de relația $\kappa=0.2 \text{ cm}^2\text{g}^{-1}(1+X)$, unde X este procentul masic de hidrogen. WR 102, o stea de tip Wolf - Rayet și cea mai fierbinte stea cunoscută, are o masă de $16M_\odot$ și o luminozitate de $3,8 \times 10^5 L_\odot$, care depășește limita Eddington. Raportul dintre luminozitatea stelei și limita Eddington corespunzătoare este :
 - a. 2,7
 - b. 1,4
 - c. 1,6
 - d. 2,0
4. O galaxie se află la o distanță de $d = 100 \text{ Mpc}$ de Pământ și are o viteză radială $v = 300 \text{ km/s}$ spre noi. Care este deplasarea spre roșu a galaxiei?
 - a. 0,002
 - b. 0,022
 - c. 0,020
 - d. 0,024
5. Care este diametrul minim al unui telescop prin care am putea observa Olympus Mons (diametru 22 km) în vizibil (550nm) de pe Pământ, dacă periheliul planetei Marte se află la 1,38 UA?
 - a. 1,2 m

- b. 1,7 m
- c. 6,3 m
- d. 10,8 m

Subiectul II (50p)

II. A. (10p) Din două puncte de observare O_1 și O_2 , situate la același meridian terestru, Ana și Ion observă simultan un astru σ . Ei determină distanțele zenitale din cele două puncte de observare $z_1 = 30^\circ$ și $z_2 = 45^\circ$. Suma paralaxelor geocentrice în raport cu punctele de observare găsite este $p=2''$. Să se determine distanța de la centrul Terrei până la astru.

II. B. (10p) Ion fotografiază Luna Plină folosind o cameră CCD cu rezoluția imaginii de 1080×1080 pixeli. Aria fizică a senzorului este $116,64 \text{ mm}^2$, iar obiectivul camerei la zoom optic $\times 1$ este $f_{ob} = 20 \text{ mm}$.

- a) Calculați dimensiunea unui pixel în μm , dar și porțiunea subîntinsă de un pixel în secunde de arc.
- b) Câți pixeli ocupă Luna Plină în imagine? Considerați că Luna Plină are un diametru unghiular de $\theta_{LP} = 0,5^\circ$.
- c) Care este zoom-ul optic minim pentru ca Luna Plină să acopere toată imaginea?

II. C. (10p) În Figura II.1 este dată curba de lumină a exoplanetei HAT-P-28 b, ce orbitează în jurul stelei HAT-P-28, stea similară cu Soarele având paralaxa de $p=2,47''$, raza $R = 1,1R_\odot$ și masa $M = 1,025M_\odot$.

- a) Determinați temperatura efectivă a stelei HAT-P-28.
În relația masă – luminositate, $L \propto M^\alpha$, se consideră $\alpha = 4$.
- b) Estimați raza planetei exprimată în raze ale lui Jupiter, R_J .
- c) Știind că planeta are masa $M_p = 0,62M_J$ și distanța dintre stea și planeta este $d = 0,043 \text{ UA}$, calculați deplasarea spre roșu a spectrului stelei HAT-P-28 rezultată ca urmare a influenței gravitaționale a exoplanetei.

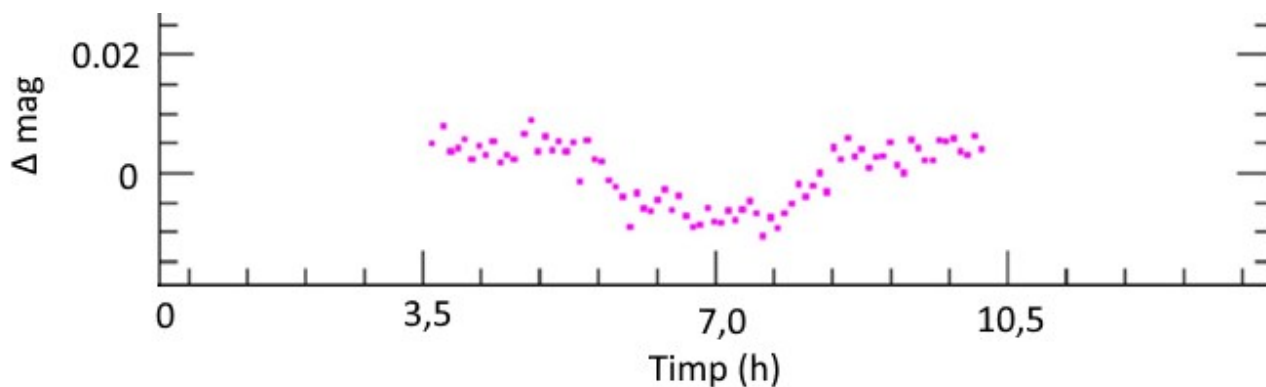


Figura II.1: Curba de lumină pentru HAT-P-28

II. D. (10p) Sensibilitatea detectoarelor de unde gravitaționale LIGO-Virgo-Kagra este dată sub forma de distanță maximă la care o coliziune între două stele neutronice ar putea fi observată cu valoarea raportului semnal-zgomot de minim 8. Pentru prima perioadă de observare, această distanță avea valoarea de 80 Mpc. Acum, în mijlocul celei de-a patra perioade de observare, distanța are

valoarea de 160 Mpc. Din modele teoretice de formare și evoluție a stelelor, se poate deduce o rată de coliziune a stelelor neutronice de 10 coliziuni pe an într-un gigaparsec cub.

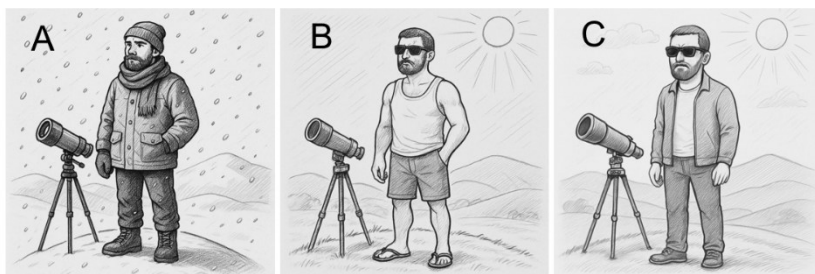
- De câte ori a crescut volumul observabil?
- Câți ani trebuie să funcționeze detectoarele continuu la sensibilitatea actuală pentru a observa un astfel de fenomen?

O astfel de coliziune a două stele neutronice a fost observată pe 17 august 2017 – fenomenul numit GW170817. S-a estimat că ciocnirea a eliberat o energie de cel puțin $0,025M_{\odot}c^2$ în unde gravitaționale în câteva milisecunde.

- Cât timp ar trebui să strălucească Soarele la luminositate constantă ca să emită în radiație electromagnetică o energie egală cu cea emisă de coliziune în unde gravitaționale?

II.E. (10p) De pe vârful unui deal lângă comuna Davidești (altitudine 314 m, latitudine $\phi = 45^\circ$ și longitudine $L = 25^\circ E$), Ion observă că atunci când Soarele se află în direcția Sud, umbra sa este de aceeași lungime cu înălțimea sa.

- Cu ce era îmbrăcat Ion? Alegeți una dintre variantele A, B și C și justificați răspunsul dat.



Ion observă de pe același deal că Soarele apune complet la timp local t_a . Ana se află însă pe cel mai înalt deal din comuna Davidești, pe Dealul Păunilor din satul Voroveni, la o altitudine de 554 m. Aceasta observă apusul complet al Soarelui mai târziu la $t_a + \Delta t$.

- Deteminați intervalul de timp Δt .

Subiectul III (75p)

III.A1 (20p) Este cunoscut faptul că aproape jumătate din stelele observate sunt ori sisteme binare ori sisteme multiple. Un bun exemplu îl reprezintă sistemul de stele (β Aurigae) care inițial se credea că este o singură stea dar astăzi este recunoscută ca un sistem binar alcătuită din două stele (β Aurigae A) și (β Aurigae B) și care aparțin secvenței principale, notate pe scurt cu A și B. Considerăm că cele două stele au orbite circulare în jurul centrului comun de rotație, iar planul orbitelor celor două stele se află în planul liniei de vedere ce leagă centrul comun de rotație cu observatorul de pe Pământ. Analizând spectrul emis în jurul liniei (H_{α}) cu ajutorul unui spectrofotometru s-a măsurat de-a lungul liniei de vedere, pentru steaua A o lungime de undă minimă $\lambda_A = 656,10\text{nm}$ iar pentru steaua B s-a măsurat o lungime de undă maximă $\lambda_B = 656,50\text{nm}$. Se cunoaște faptul că în condiții de laborator lungimea de undă pentru linia (H_{α}) este $\lambda_{H_{\alpha}} = 656,28\text{nm}$, iar sistemul binar se află la o distanță de 81,1 ani lumină față de Pământ iar perioada de rotație a sistemului binar este de $P = 3,96$ zile. De asemenea măsurând semiaxa mare a stelei B (steaua cea mai mică) s-a obținut valoarea de 1,67 miliardecunde iar raportul maselor celor două stele este 1,026.

- (5p) Calculați viteza de-a lungul liniei de vedere a fiecărei stele în (km/s) și precizați în momentul măsurării lungimilor de undă care stea se apropie de noi și care se depărtează de

- noi. Precizați și motivați dacă este necesar să luați în considerare efecte relativiste. Scrieți formulele generale pentru determinarea vitezelor celor două stele în cazul relativist.
- (5p) Găsiți masa totală a sistemului binar precum și masele componentelor A și B (în mase solare)
 - (5p) Determinați luminozitatea stelei A și luminozitatea stelei B (în luminozități solare) și magnitudinile absolute a celor două componente cunoscând magnitudinea absolută a Soarelui +4,83
 - (5p) Determinați magnitudinile aparente a celor două stele A și B și magnitudinea aparentă maximă și minimă a sistemului (β Aurigae) cunoscând temperaturile la suprafața celor două componente a sistemului binar $T_A = 9350\text{K}$ și $T_B = 9200\text{K}$ iar temperatura la suprafața Soarelui este 5772K .

III.A2 (15p) Un asteroid ciudat cu masa m , a fost observat, la o distanță d , de o stea de masă M .

Momentul vitezei asteroidului la momentul observării a fost $V = \sqrt{\frac{GM}{d}}$, unde G este constanta atracției universale. Se consideră d mult mai mare decât raza stelei. Pentru ambele cerințe de mai jos, exprimați-vă răspunsurile în termeni de M , d și constante fizice sau matematice.

- (10p) Dacă asteroidul se deplasează inițial exact spre stea, în cât timp se va ciocni de stea?
- (5p) Dacă asteroidul se îndepărtează inițial exact de stea în cât timp se va ciocni acum de stea?

III. B. Temperatura Pământului (15p)

Cele două subpuncte sunt independente și condițiile de la primul subpunct nu se pot presupune și la al doilea.

- Pământul este înconjurat de propria atmosferă care absoarbe $f = 0,77$ din radiația emisă de suprafața Pământului (este transparentă pentru lumina vizibilă), fenomen datorat prezenței gazelor cu efect de seră. Calculează temperatura medie a planetei Pământ (T_0) și temperatura medie a atmosferei (T_1) în grade Celsius.
- Puteți ignora efectul de seră pentru această parte a problemei. Rotația Pământului în jurul propriei axe a încetinit, iar acum perioada unei 'zile' este de 365,25 de ori mai lungă. Calculează temperatura medie a planetei Pământ (T_0) în grade Celsius, ignorând efectul atmosferei.

III. C. Lărgimea secvenței principale (25p)

Secvența principală este o clasă de stele de masă medie aflate în faza de fuziune a Hidrogenului în Heliu. Poziția unei stele din secvența principală pe diagrama Hertzsprung-Russell este aproape în totalitate determinată de masa stelei. Însă, când sunt reprezentate grafic pe diagrama Hertzsprung-Russell, observăm că stelele din secvența principală formează o bandă continuă cu o lărgime finită, dar nenulă (vezi Fig. III. 1). Scopul acestei probleme este de a explica lărgimea secvenței principale, luând în considerare compoziția chimică a stelei.

Pentru o stea dată, formată din N elemente chimice, fie X_j fracția masică a elementului chimic cu numărul atomic de masă A_j și sarcina nucleului z_j (indexat după litera j , care poate lua valori de la 1 la N). Vom analiza nucleul stelei, unde au loc

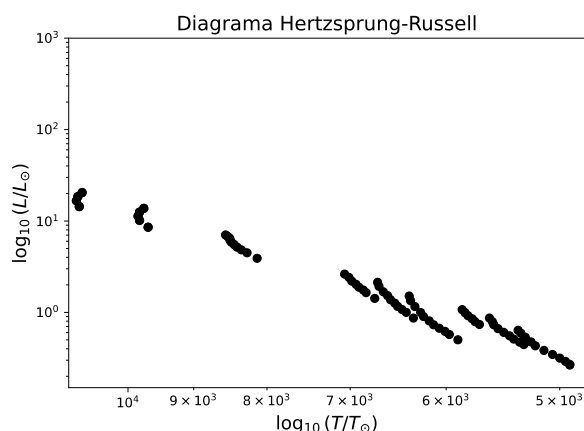


Figura III. 1: O reprezentare grafică a unei porțiuni din diagrama Hertzsprung-Russell

reacții termonucleare de conversie a Hidrogenului în Heliu. Fie ρ densitatea, P presiunea și T temperatura gazului complet ionizat care formează plasma din interiorul nucleului. Vom presupune că ecuația de stare a gazului ideal, $P = nk_B T$ (unde k_B este constanta Boltzmann, iar n este numărul de particule din unitatea de volum), este aplicabilă în condițiile date.

- a) Exprimați n_j , numărul de ioni ai speciei atomice j din unitatea de volum, în funcție de X_j, ρ, A_j și masa m_H a atomului de Hidrogen. (Se va neglija diferența dintre masa protonului și masa atomului de Hidrogen.)
- b) Considerând că gazul este complet ionizat, calculați masa moleculară medie M a plasmei, definită prin relația $P = \frac{\rho k_B T}{M m_H}$. Exprimați rezultatul în funcție de numerele X_j, A_j și z_j (cu j de la 1 la N).

Pentru o stea dată, fie X fracția masică a Hidrogenului, Y fracția masică a Heliului și Z fracția masică a „metalelor” (în acest context, prin „metal” ne referim la orice alt element chimic în afară de Hidrogen și Heliu).

- c) Folosiți rezultatul anterior pentru a scrie expresia masei moleculare medii M a plasmei în acest caz. Apoi, estimați raportul z_j/A_j pentru „metale” (justificați!) și arătați că masa moleculară medie se poate estima prin formula:

$$M \approx \frac{2}{3X + Y/2 + 1}.$$

- d) Pentru stelele aflate pe secvența principală, cum evoluează masa moleculară medie a plasmei în timp? Cum tinde să evolueze presiunea gazului ionizat și ce consecință fizică are această evoluție asupra nucleului stelei? În final, explică de ce compoziția chimică a stelelor determină lărgimea nenulă a secvenței principale pe diagrama Hertzsprung-Russell.